

Le cadran vertical

Construire un cadran solaire vertical par un tracé géométrique



Deux cadrans orientés sur l'église de Fontenai-sur-Orne (Orne, 61). Le cadran inférieur est dit "outrepassé" car les lignes horaires au-dessus de l'horizontale VI ne sont pas lisibles.

© Alain Ferreira

Comment tracer les lignes horaires 7, 8, 4 et 5 sans prolonger les lignes de construction à l'extérieur du cadran ? (fig. 2)

Dans "Gnomonique", Bedos de Celles* propose la construction suivante :

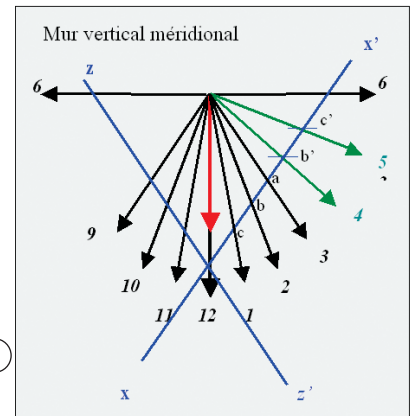
On trace xx' parallèle à la ligne 9. Le point a , intersection de xx' et de la ligne 3, sera le point de symétrie, tel que $ab = ab'$ (ligne 4), $ac = ac'$ (ligne 5).

On appliquera la même méthode pour les lignes horaires 7 et 8, avec zz' parallèle à la ligne 3.

Cette méthode est également applicable pour les cadrans horizontaux.

Cette méthode graphique est utile pour apprendre à tracer des cadrans solaires aux élèves de primaire ou de premier cycle de collège sans avoir recours à la trigonométrie.

* - Édition 1760, cote SAF 15384, voir également *Gnomonique*, par C. Boutereau, 1956, cote SAF 5354.



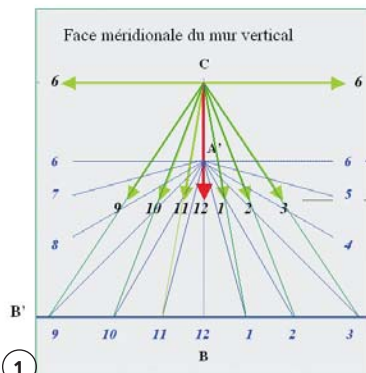
Démonstration : le tracé du cadran final est la projection parallèle du cadran équatorial AB, suivant l'axe polaire, sur le plan du mur. La projection parallèle a deux propriétés importantes : les proportions le long d'une droite sont conservées le long de sa droite projetée (axiome de Thalès) et la projection de 2 droites parallèles donne 2 droites parallèles.

Un cadran vertical dont le plan est parfaitement orienté est-ouest est dit "méridional" s'il est tourné vers le sud et "septentrional" s'il est tourné vers le nord. S'il n'est pas orienté est-ouest, il est alors dit "déclinant". Si les murs des maisons étaient orientés au hasard et non selon des choix humains délibérés, il existerait une probabilité de 1/360 pour qu'un mur soit parfaitement dans direction est-ouest. Chaque degré de différence avec la direction est-ouest pour un cadran déclinant entraîne une erreur de quatre minutes sur le cadran. Si le mur est légèrement déclinant, on peut installer un cadran vertical méridional orienté en le décalant du mur (voir photo ci-dessus).

On peut rencontrer des cadrans verticaux méridionaux sur des blocs polyédriques cubiques, sur des colonnes (en Alsace) ou sur des cadrans portatifs de type diptyques.

Construction géométrique d'un cadran vertical méridional pour une latitude Φ donnée (fig. 1).

On définit arbitrairement un style polaire CA (en rouge) de longueur a et d'angle $(90^\circ - \Phi)$ avec le mur. On imagine, dans le plan AB (en bleu), un cadran équatorial de centre A, avec des angles horaires égaux à 15° . On rabat ce cadran sur le plan vertical de centre A'. On obtient ainsi (en bleu) un cadran auxiliaire équatorial.



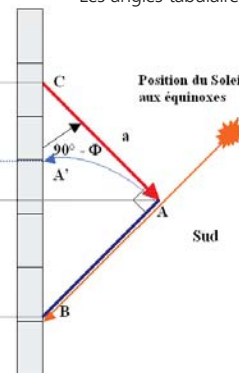
1

B'B'' (en bleu) est appelée droite équinoxiale ou équatoriale. En effet, aux deux équinoxes, l'ombre de l'extrémité du style polaire A décrit la droite de B' à B''.

La ligne de midi est la verticale qui passe par le centre C du cadran.

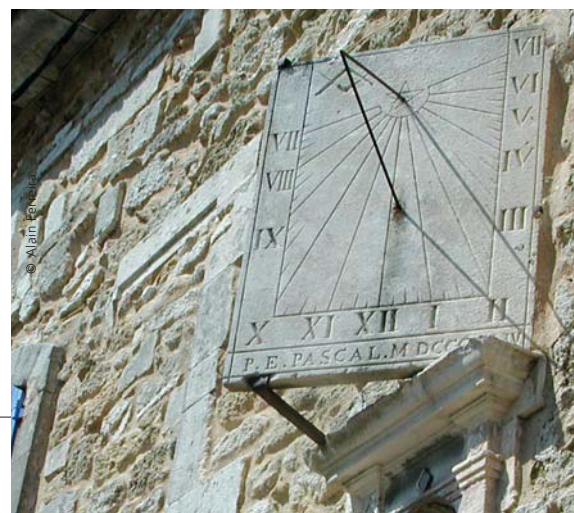
Les lignes 6 heures du matin et 6 heures du soir sont horizontales.

On obtient les autres lignes horaires (en vert) en joignant depuis C les intersections des lignes horaires bleues du cadran auxiliaire avec la droite équinoxiale.



Les angles tabulaires d'un cadran vertical méridional calculés pour une latitude Φ sont identiques à ceux d'un cadran horizontal installé sur une latitude complémentaire $90^\circ - \Phi$; ils sont identiques également à ceux d'un cadran vertical septentrional installé dans l'hémisphère Sud à une latitude $-\Phi$ et encore, identiques à ceux d'un cadran septentrional de même latitude Φ , table retournée de 180° .

Cadran orienté à Ménerbes (Vaucluse 84).



© Alain Ferreira